

I. BUT DU TP :

- Détermination du couple de rappel d'un ressort spiral.
- Détermination du moment d'inertie :
  - D'un disque, d'un cylindre, d'une sphère et d'une barre
  - De deux points matériels en fonction de la distance verticale à l'axe de rotation. Le centre de gravité se trouve sur l'axe de rotation.

II. Principe :

Différents corps exécutent autour de leur axe de centre de gravité des mouvements oscillants de torsion. On mesure la durée des oscillations ce qui permet la détermination du moment d'inertie.

- Matériels :
  1) Un Trépied –pass-
  2) Un embase –passe-
  3) Un axe de rotation
  4) Une sphère de R= 70mm et m=716g
  5) Un disque de R=108mm et m=248g
  6) Un cylindre plein de R=49 ,5mm et m=367g
  7) Un cylindre creux de R_1=46mm et m=372g et R_2=50mm
  8) Une barre avec masses mobiles m_1=m_2=133g
  9) Une mesure 2m
  10) Une barrière optique a fourche
  11) Un compteur digital a 4 décades
  12) Quatre fils de connexion

III. Montage et mode Opératoire :

Le montage est exécuté suivant la figure N°1. Pour la détermination du couple de rappel, on serre la barre dans l'axe de torsion et on fixe les deux masses symétriques à une distance déterminée de rotation. On tourne à l'aide d'un dynamomètre la barre de 180° autour de l'axe de rotation en mesurant la force nécessaire. Le bras de levier et le dynamomètre forment dans ce cas un angle droit. Pour la mesure de la durée de l'oscillation des différents corps, on met en place un écran fixé par collage. La barrière lumineuse est le corps étant en position de repos, placée par-dessus l'écran. On shunte sur le compteur à 4 décades les douilles Start et Stop (jaune-jaune). On ne mesure chaque fois que la demi-durée d'une période en prenant la moyenne des oscillations à gauche.

IV. THEOERIE ET EXPLOITATION :

Le THEOREME DU MOMENT D'INERTIE CINETIQUE permet d'avoir la relation entre le moment cinétique L et le moment du couple T d'un corps rigide dans un système de coordonnées au repos ayant son origine a centre de gravité qui se met sous la forme :

$$T= \frac{\mathbf{dL}}{\mathbf{dt}} \qquad (1)$$

Le moment cinétique s'exprime à partir de la vitesse angulaire ω et du tenseur d'inertie $\bar{\bar{\mathbf{I}}}$:

$$L=\bar{\bar{\mathbf{I}}} \otimes \boldsymbol{\omega} \qquad \text{(réduction du tenseur avec le vecteur)}$$

Dans notre cas, ω est dirigé suivant l'axe d'inertie principal (axe des Z) de sortes que L ne possède qu'une composante :

$$L_z=I_z\omega.$$

I_z étant la composante suivants l'axe des Z du tenseur d'inertie principal du disque.

L'équation (1) s'exprime dans ce cas :

Tz =IZ $\frac{d\omega}{dt}$ = IZ $\frac{d^2\varphi}{dt^2}$ (ϕ étant la constante de rotation)

Le moment du couple d'un torseur spiral s'exprime dans la plage de Hooke par :

Tz=-D.ϕ (D la constante de rotation).

V. Questions :

1- Dresser un tableau du moment du couple du ressort en fct° de l'angle de torsion, tracer la courbe correspondante et déduire la constante D de torsion du ressort.
2- Ecrire l'équation du mouvement et préciser la fréquence d'oscillation.
3- En utilisant le mode opératoire décrit ci-dessus, déterminer la composante suivant z du tenseur du moment d'inertie.
   a- Du disque, du cylindre, de la sphère et de la barre.
   b- Tracer le moment d'inertie des deux masses en fct° du carré de leur distance.
   c- Conclure.

Reponse

1) Le moment du couple du ressort en fonction de l'angle de torsion :

On a la distance entre l'axe de torsion et le dynamomètre est d=26cm

⇨ Tz=d.F et ΔTz=Tz.($\frac{\Delta F}{F} + \frac{\Delta d}{d}$)

Φ(rad)	0	$\frac{\pi}{2}$	π	$\frac{3\pi}{2}$	2π
F(N)	0	0.12	0.26	0.42	0.56
Tz(N.m)	0	0.031	0.068	0.109	0.14
Δϕ(rad)	0.087	0.087	0.087	0.087	0.087
ΔF(N)	0.02	0.02	0.02	0.02	0.02
ΔTz(N.m)	0	$5.28.10^{-3}$	$5.49.10^{-3}$	$5.6.10^{-3}$	$5.53.10^{-3}$

ΔTz=Tz.($\frac{\Delta F}{F} + \frac{\Delta d}{d}$) ET Δd=1mm ET Δϕ=0.087rad

La courbe correspondante :

- D'après la courbe la constante de torsion du ressort est :

$$D = P_{moy} = \frac{\mathbf{Pmax+Pmin}}{\mathbf{2}} \qquad \Delta D = \Delta P_{moy} = \frac{\mathbf{Pmax-Pmin}}{\mathbf{2}}$$

AVEC **Pmax=0.023** N.m/rad ET **Pmin**=**0.02** N.m/rad

Alors $D=0.021 \pm 0.0015$ N.m/rad

1)L équation du mouvement :

On sait que : $T_z = I_Z.(d^2\phi/dt^2) = -D\phi$

donc $I_Z.(d^2\phi/dt^2) + D\phi = 0.$

Donc l'équation est $d^2\phi/dt^2 + \frac{D}{Iz}\phi = 0$

On a $\omega^2 = \frac{D}{Iz}$ alors la fréquence est :

$$f = \frac{1}{2\pi}\sqrt{\frac{D}{Iz}}$$

On sait expérimentalement que T=1.6s donc

$$f=\frac{1}{T}=0.625Hz$$

3) on a la relation fondamentale :

$$I_Z=\frac{D}{4\pi^2}T_{exp}$$

	T_1(s)	T_2(s)	T_3(s)
disque	1.6	1.596	1.595
cylindre plein	0.857	0.858	0.853
cylindre creux	1 .167	1.171	1.169
sphère	1.60	1.63	1.69
barre simple	2.58	2.58	2.584

Avec $T_{exp}=\frac{T1+T2+T3}{3}$

Donc

	$I_{Z\ EXPERIMENTALE}$(kg.m²)	$I_{Z\ THEORIQUE}$
DISQUE	8.5×10^{-4}	$\frac{1}{2}mr^2=1.6\times10^{-4}$
CYLINDRE PLEIN	4.55×10^{-4}	$\frac{1}{2}mr^2=4.49\times10^{-4}$
CYLINDRE CREUX	8.72×10^{-4}	$\frac{1}{2}m(r_I^2+r_E^2)=8.5\times10^{-4}$
BARRE SIMPLE	1.37×10^{-3}	$\frac{mL^2}{12}=3.9\times10^{-3}$

b)le moment d'inertie des deux masses en fonction du carre de leur distance :

d(cm)	d²(cm²)	T_1(s)	T_2(s)	T_3(s)	T_4(s)	T_{exp}(s)	I_Z(kg.m²)	ΔI_Z(kg.m²)
56	3136	7.66	7.676	7.63	7.622	7.647	4.06×10^{-3}	2.84×10^{-4}

45	2025	6.486	6.46	6.462	6.454	6.4655	3.43×10^{-3}	2.4×10^{-4}
31.5	992.2	4.78	4.79	4.76	4.762	4.773	2.53×10^{-3}	1.77×10^{-4}
6	36	2.712	2.7	2.706	2.710	2.707	1.44×10^{-3}	1.008×10^{-4}

Et **$\Delta I_Z = I_Z(\frac{\Delta D}{D})$** **$\Delta d^2 = 2d\Delta d$** **$\Delta d = 1mm$**

$I_{Z\ THEORIQUE}$=

LA COURBE CORRESPONDANTE

CONCLUSION

D’après ce TP on constate premièrement une coordination entre le moment d’inertie théorique et pratique en plus une relation fondamentale entre le moment d’inertie et celle de couple.